

Khôlles 7

Quinzaine du 18 au 29 Janvier 2010

1 Première semaine

- Encore des exercices sur la dérivation.
- Bases de l'algèbre linéaire : espaces et sous-espaces ; applications linéaires ; rôle de $\text{Im } u$ et surtout $\text{Ker } u$. Intersection de sous-espaces. Familles (finies) libres et génératrices ; bases. *Khôlleurs : n'hésitez pas à poser des exercices dans les « petits \mathbb{R}^n » ; les espaces fonctionnels sont plutôt réservés à un peu plus tard.*
- Début des polynômes (définition, produit, degré...). Division euclidienne (pas le lundi 18!).

2 Deuxième semaine

- Algèbre linéaire et polynômes (cf semaine précédente).
- Racine d'un polynôme ; caractérisation à l'aide de la divisibilité par $X - \alpha$. Dérivation, formule de Taylor ; caractérisation de l'ordre d'une racine (défini par la divisibilité) à l'aide des dérivées.
- Irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$; théorèmes de factorisation dans les deux cas. Relations coefficients/racines.
- Début des décompositions en éléments simples.

3 Questions de cours

- (S1) Toute fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} est somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
- (S1) Rolle.
- (S1) TAF ; IAF.
- (S1) Variations et dérivées
- (S1) Formules de Taylor (mêmes remarques que pour la quinzaine précédente).
- (S1+2) Images directes (réciproque) d'un sous-espace par une application linéaire.
- (S1+2) Caractérisation de l'injectivité à l'aide du noyau.
- (S1+2) Théorème de la division euclidienne (à partir du mardi 19).
- (S2) $\tilde{P}(\alpha) = 0$ si et seulement si $X - \alpha | P$.
- (S2) Caractérisation de l'ordre d'une racine.
- (S2) Irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.
- (S2) Relations coefficients/racines. *Pour $n = 2$, elles doivent être connues. Pour $n \geq 3$, elles doivent être retrouvées en moins de 10 secondes. Pour $n \geq 5$, on s'intéressera exclusivement à la somme et au produit.*

4 En prévision

Pour la quinzaine 8, du premier au 12 Février 2010 : $\mathbb{K}(X)$; algèbre linéaire en dimension finie.