

Notions de base : questions préliminaires

1. Vrai ou faux ?
 - Tous les réels de la forme $\cos \theta$ sont dans $[-1, 1]$.
 - Tous les réels de la forme $\cos \theta$ sont dans $[-2, 2]$.
 - Tous les réels de la forme $\cos \theta$ sont dans $[-1/2, 1/2]$.
 - Tous les réels qui sont dans $[-1, 1]$ sont de la forme $\cos \theta$.
 - Tous les réels qui sont dans $[-2, 2]$ sont de la forme $\cos \theta$.
 - Tous les réels qui sont dans $[-1/2, 1/2]$ sont de la forme $\cos \theta$.
2. On donne deux théorèmes :
 - T1 : “Si $AB^2 + BC^2 = AC^2$, alors le triangle (ABC) est rectangle en B ”.
 - T2 : “Si le triangle (ABC) est rectangle en B , alors $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ”.
 Quel résultat allez-vous utiliser lorsqu'on vous demande si (ABC) est rectangle en B lorsque :
 - $AB = 3$, $BC = 4$ et $AC = 5$.
 - $AB = 4$, $BC = 5$ et $AC = 6$.
 Dans les deux cas, on écrira une preuve en une phrase du type
 “D’après .., si .. alors ..; or .. donc ..”
3. Comment prouver ou infirmer les propositions suivantes ?
 - “Tous les élèves de l’HX6 sont gauchers ou originaires de Lyon”.
 - “Les élèves de l’HX6 sont tous gauchers, ou sont tous originaires de Lyon”.
 - “Il existe un élève de l’HX6 qui a entre 17 et 19 ans inclus, est gaucher, et n’est pas originaire de Lyon”.
 - “Il existe un élève de l’HX6 qui a entre 17 et 19 ans inclus, il en existe un qui est gaucher, et un qui n’est pas originaire de Lyon”.
4. Que pensez-vous de l’assertion suivante ?
 “Si il existe un unique chemin du point A au point B et un unique chemin du point B au point C , alors il existe un unique chemin du point A au point C .”
5. Que dire des phrases suivantes, au moment où vous les lisez ?
 - “Si nous sommes dans la première quinzaine de Septembre, alors l’été est presque fini”.
 - “Puisque nous sommes dans la première quinzaine de Septembre, l’été est presque fini”.
 - “Nous sommes dans la première quinzaine de Septembre; l’été est donc presque fini”.
 - “Le fait d’être dans la première quinzaine de Septembre, implique que l’été est presque fini”.
 - “Si nous sommes vers la fin du mois de Décembre, alors les oies et canard ont du soucis à se faire”.
 - “Puisque nous sommes vers la fin du mois de Décembre, les oies et canards ont du soucis à se faire”.
 - “Le fait d’être vers la fin du mois de Décembre implique que les oies et canards ont du soucis à se faire”.
6. Mon voisin est un mage élégant : lorsqu’il va pleuvoir dans la journée, il le sait et sort systématiquement avec son parapluie ; mais il lui arrive aussi de prendre son parapluie pour une simple question de style. Que puis-je prévoir pour le temps d’aujourd’hui si je vois sortir mon voisin sans son parapluie ? Et avec ?
7. Mon (autre) voisin est chimiste. Pour évaluer le pH d’une solution, il est amené à faire une hypothèse de travail : l’espèce *Truc* est majoritaire. Sous cette hypothèse, il trouve un certain pH. Il calcule alors les différentes concentrations. que peut-il conclure si d’après ce dernier calcul :
 - L’espèce *Truc* est minoritaire.
 - L’espèce *Truc* est majoritaire.
8. J’ai dans ma poche une fonction que je ne vais pas vous montrer. Que dire si je vous affirme doctement :
 Si $x = y$, alors $f(x) = f(y)$
 et lorsque je vous annonce :
 Si $f(x) = f(y)$, alors $x = y$

9. f désigne ici la fonction $x \mapsto x^6 - 2x^3 - 5x + 2$. Que pensez-vous de la **validité** puis de la **pertinence** des phrases suivantes :
- il existe $y \in \mathbb{R}$ tel que $f(10) = y$;
 - il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = 10$;
 - il existe un unique $y \in \mathbb{R}$ tel que $f(10) = y$;
 - il existe un unique $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = 10$;
 - dès que je fixe $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = y$;
 - dès que je fixe $y \in \mathbb{R}$, il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = y$;
 - dès que je fixe $x \in \mathbb{R}$, il existe un unique $y \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = y$;
 - dès que je fixe $y \in \mathbb{R}$, il existe un unique $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) = y$;
10. Discutez la validité des phrases suivantes :
- Si il fait beau, alors la fonction sinus est nulle.
 - Si $x = \pi$, alors la fonction sinus est nulle.
 - Si $x = \pi$, alors $\sin x = 0$.
 - $\sin x = 0$.
11. Vrai ou Faux ?
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que $\sin x = ax^2 + bx + c$.
 - Il existe $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin x = ax^2 + bx + c$.
 - Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que $\cos 2x = a \cos^2 x + b \cos x + c$.
 - Il existe $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos 2x = a \cos^2 x + b \cos x + c$.
12. Quand on dit “Pour avoir A , il est nécessaire et suffisant d’avoir B ”, ou encore “on a A si et seulement si on a B ”, cela signifie que A et B sont deux propositions équivalentes : $A \iff B$. Mais sauriez-vous préciser (en terme d’implications) se que signifie :
- “Pour avoir A , il est nécessaire d’avoir B ”.
 - “Pour avoir A , il est suffisant d’avoir B ”.
 - “On a A si on a B ”.
 - “On a A seulement si on a B ”.